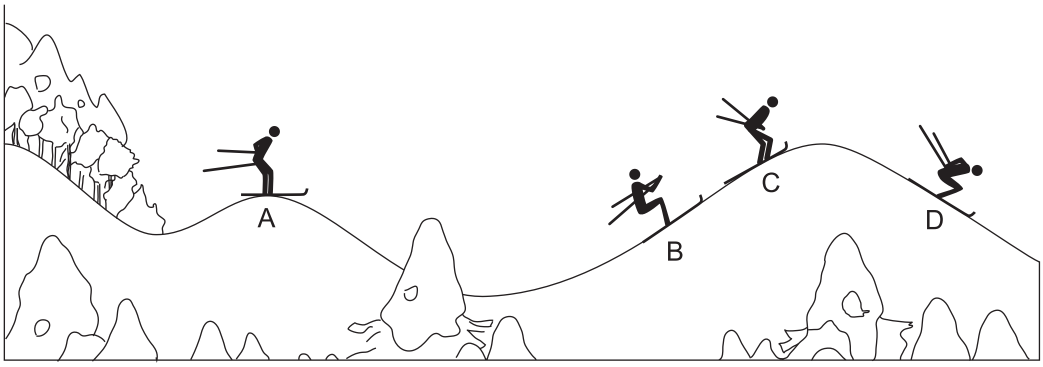
Name: ______________________ Datum: ______________ Thema: ____________________

Lokale Linearität

Sie haben schon ***Steigungen von Geraden*** *untersucht und als* ***mittlere Änderungsraten*** *gedeutet. Nun schauen wir uns allgemeinere Kurven an.*
Das Bild zeigt die Position von vier Skifahrern A, B, C und D auf einem schneebedeckten Berg.



1. Nennen Sie einige Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den Skifahrern.

2. Stellen Sie sich vor, Sie schauen durch ein Fernglas auf Skifahrer B.
Benutzen Sie die Abbildung, um die Steigung des Hügels zu schätzen!

3. Plotten Sie den Graphen der Funktion *f* mit $f(x) = x^3 - 7x^2 + 8x + 7$ **mit GeoGebra.**
Zeichnen Sie den Punkt $A(2\,|\,f(2))$ **ein. Geben Sie dazu in die Eingabezeile ein:**
A = (2, *f*(2)).

a) Zoomen Sie wiederholt am Punkt A in die Zeichnung hinein. Was stellen Sie fest? Beschreiben Sie Ihre Beobachtung.

b) Was erwarten Sie zu sehen, wenn Sie am Punkt $B(4\,|\,f(4))$ hineinzoomen? Überprüfen Sie Ihre Antwort mit GeoGebra. Notieren Sie Ihre Erwartung und Ihre Beobachtung.

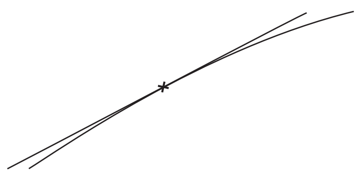
c) An welcher anderen Stelle des Funktionsgraphen würde es beim Hineinzoomen ebenfalls so aussehen wie bei Punkt B?

4. Untersuchen Sie die Graphen der folgenden Funktionen auf *lokale Linearität*.
Notieren Sie Ihre Ergebnisse.

a. $f(x) = \sqrt{x^2}$ **b.** $g(x) = 100x^2$ **c.** $h(x) = |\,x^2 - 4\,|$

d. $s(x) = \sin x + \frac{1}{50}\sin(100x)$ **e.** $k(x) = x^2 - 4{,}3x - 0{,}1|\,x - 2\,| + 1{,}6$

Stellen Sie sich vor, Sie können mit einem Teleskop den Skihügel (als Graph einer Funktion) beliebig heranzoomen.
Sie würden in etwa das Bild rechts sehen:
Die Ski bilden quasi eine ***Tangente an die Kurve****.*

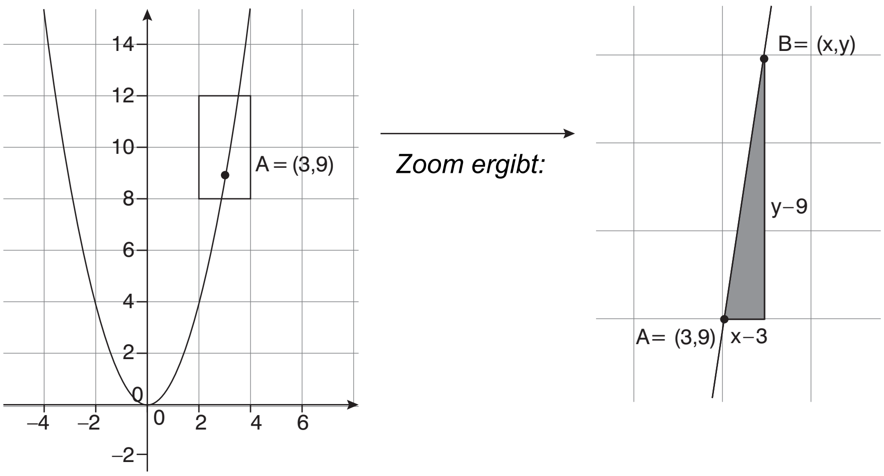


5. Erklären Sie, wie die *Tangente* an eine Kurve mit der *lokalen Linearität* der Kurve an einem Punkt zusammenhängt.

Name: ____________ Datum: ____________ Thema: ____________

Approximation

Den Zahlenwert der Steigung einer Kurve in einem Punkt kann man annähernd mit Hilfe von GeoGebra bestimmen. Hier ist der Funktionsgraph der Funktion mit $f(x) = x^2$ abgebildet.



1. Entscheiden Sie begründet, warum die Steigung im Punkt A positiv ist. Wo liegen die Punkte mit positiver, wo die mit negativer Steigung? Bei welchem Punkt können Sie die Steigung sofort aus der Abbildung „ablesen"?

____

____

____

2. Wenn man am Punkt A(3 | 9) hineinzoomt, sieht der Graph immer mehr wie eine Gerade aus *(lokal linear)*. Beschreiben Sie mit Hilfe der Abbildung rechts, wie man die Steigung im Punkt A annähernd berechnen kann.

____

____

____

3. Warum erhält man durch das Vorgehen in 2. nur einen ungefähren Wert? Wie kann man den ungefähren Wert verbessern?

____

____

____

Name: ____________________ Datum: ____________ Thema: ________________

Approximation

4. Nutzen Sie GeoGebra, um die Steigung der obigen Funktion im Punkt A (3|9) zu bestimmen.

1. Plotten Sie den Graphen und zeichnen Sie A ein (Eingabezeile: „A = (3,9)“).
2. Setzen Sie einen beweglichen Punkt B in die Nähe von A. (Benutzen Sie dafür das Werkzeug „Neuer Punkt“ aus der Werkzeugleiste.). Blenden Sie über das Menü „Eigenschaften“ die Koordinaten der Punkte ein (Punkt markieren und „Name und Wert“ einschalten).
3. Zoomen Sie hinein und schieben Sie B näher an A heran. Berechnen Sie die Steigung mit Hilfe des Differenzenquotienten.
4. Wiederholen Sie den vorigen Schritt.

Beschreiben Sie auftretende Schwierigkeiten. Lassen sich die Schwierigkeiten beheben?

____

____

____

5. Welchen Wert hat die Steigung der Kurve im Punkt A?
Können Sie nun auch die Steigung im Punkt $(-3 \mid f(-3))$ angeben?

____

____

____

Zusammenfassung:

Die Steigung im Punkt A heißt ______________________________________.

Man schreibt dafür $f'(3)$ ________.

Die Steigung einer Funktion f in einem Punkt $(a \mid f(a))$ bezeichnet man mit $f'(a)$.
Man kann sie ungefähr berechnen durch:

____