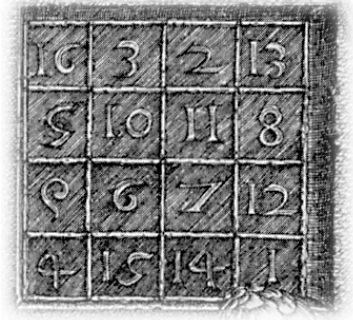


Magische Quadrate – auch mit negativen Zahlen

Ein magisches Quadrat ist eine quadratische Anordnung von Zahlen, die bestimmte Forderungen erfüllt – üblicherweise soll die Summe jeder Spalte, jeder Zeile und jeder der beiden Diagonalen gleich groß sein. Diese Summe wird auch „magische Zahl“ genannt.



Beim 4×4 -Quadrat auf Albrecht Dürers Kupferstich Melancholie von 1514 ist die magische Zahl 34.

1. Erste Schritte

Suche dir eine der folgenden Aufgaben aus: a) ist anspruchsvoller, b) ist leichter

- | | |
|---|--|
| <p>a) Erfinde ein magisches 3×3-Quadrat mit rationalen Zahlen. Es sollen dabei negative und positive Zahlen vorkommen, jede Zahl aber nur einmal.</p> | <p>b) Bilde mit den Zahlen $-9, -5, -4, -1, 0, 1, 4, 5, 9$ ein magisches Quadrat. Die „magische Zahl“ ist Null.</p> |
|---|--|

2. Variationen

Suche dir eine der folgenden Aufgaben aus: a) ist anspruchsvoller, b) ist leichter

- | | |
|---|--|
| <p>a) Verändere deine Lösung von Aufgabe 1, sodass ein neues magisches Quadrat entsteht. Wie lautet dann die magische Zahl?</p> | <p>b) Verändere deine Lösung von Aufgabe 1, indem du zunächst in <i>einem</i> Feld eine Zahl addierst oder subtrahierst. Musst du dann noch weitere Felder verändern? Wenn ja, welche? Und wie? Wie lautet dann die magische Zahl?</p> |
|---|--|

3. Magische Muster

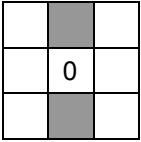
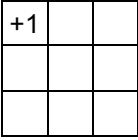
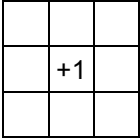
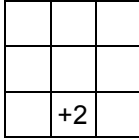
Finde bei deiner Lösung zu Aufgabe 1 Zusammenhänge zwischen den Zahlen. Suche dir eine der folgenden Aufgaben aus: a) ist anspruchsvoller, b) ist leichter

- | | |
|--|---|
| <p>a) Welche der Zahlen kann du als Summe oder Differenz anderer Zahlen ausdrücken? Wähle zwei Zahlen aus und ersetze sie durch die Variablen a und b. Wie kannst du die anderen Zahlen als Kombination von a und b schreiben? Erkennst du ein Muster?</p> | <p>b) Schreibe die Zahlen als Summe oder Differenz der Zahlen 4 und 5. Schreibe statt 5 die Variable a und statt 4 die Variable b. Schreibe die anderen Zahlen als Summe oder Differenz von a und b. Zum Beispiel:
$-5 = -a$ und $1 = a - b$.</p> |
|--|---|

4. Variationen mit Variablen

- a) Beschreibe die von dir gefundenen Möglichkeiten, ein magisches Quadrat zu verändern, mit Hilfe der Variablen c . Welche Zusammenhänge erkennst du hier? Gib es ein Muster?
- b) Ersetze in einer Lösung von Aufgabe 2 eine Zahl durch die Variable c . Schreibe $2c$ für das Doppelte von c , und erstelle ein magisches Quadrat mit deinen Veränderungen. Gib es ein Muster?

Tipps

<p>Tipp</p> <p>Aufgabe 1a) und 1b)</p>	<p>Schreibe die Null in die Mitte. Welche Zahlen müssen sich rechts und links von der Null gegenüberliegen? Setze in einem grauen Feld eine Zahl ein. welche Zahl muss dann in dem anderen Feld stehen?</p> 
<p>Tipp</p> <p>Aufgabe 2a) und 2b)</p>	<p>Addiere oder subtrahiere in einem Feld eine Zahl. Beispiel:</p> <p>so  oder  oder </p> <p>Auf welche Zeile, Spalte oder Diagonale wirkt sich deine Änderung <u>nicht</u> aus? Was musst du nun dort verändern?</p>
<p>Tipp</p> <p>Aufgabe 3a) und 3b)</p>	<p>Du kannst Zahlen als Summe oder Differenz schreiben. Das geht auch mit Variablen: Ist $a = 5$ und $b = 4$, schreibe a statt 5 und b statt 4.</p> <p>Zum Beispiel: Und.</p> $9 = 5 + 4$ $9 = 5 + 4 = a + b$ $-9 = -5 - 4$ $-9 = -5 - 4 = -a - b$
<p>Tipp</p> <p>Aufgabe 4a) und 4b)</p>	<p>c steht für eine Zahl. Es gilt:</p> <p>Dann ist $2c$ das Doppelte der Zahl. $c + (-c) = 0$ $2c + (-2c) = 0$</p>

Lösungen (zum Ausschneiden)

<p>Lösung</p> <p>Aufgabe 1a) und 1b)</p>	<p>Partner-Kontrolle</p> <p>Lass dein magisches Quadrat von einer Mitschülerin oder einem Mitschüler nachrechnen.</p>																		
<p>Lösung</p> <p>Aufgabe 2a) und 2b)</p>	<p>Experten-Kontrolle</p> <p>Lass deine Lösung durch einen Experten kontrollieren. Das kann ein Mitschüler oder eine Mitschülerin sein, der/die die Aufgabe schon gelöst hat, oder dein Lehrer bzw. deine Lehrerin.</p>																		
<p>Lösung</p> <p>Aufgabe 3a)</p>	<p>Selbst-Kontrolle</p> <p>In jeder Zeile, Spalte und Diagonalen muss die Summe Null sein.</p> <table border="1" data-bbox="1051 788 1259 992"> <tbody> <tr> <td>$+a$</td> <td>$-a$ $-b$</td> <td>$+b$</td> </tr> <tr> <td>$-a$ $+b$</td> <td style="background-color: #cccccc;">0</td> <td>$+a$ $-b$</td> </tr> <tr> <td>$-b$</td> <td>$+a$ $+b$</td> <td>$-a$</td> </tr> </tbody> </table>	$+a$	$-a$ $-b$	$+b$	$-a$ $+b$	0	$+a$ $-b$	$-b$	$+a$ $+b$	$-a$									
$+a$	$-a$ $-b$	$+b$																	
$-a$ $+b$	0	$+a$ $-b$																	
$-b$	$+a$ $+b$	$-a$																	
<p>Lösung</p> <p>Aufgabe 3b)</p>	<p>Selbst-Kontrolle</p> <p>In jeder Zeile, Spalte und Diagonalen muss die Summe Null sein.</p> <p> $5 = a$ $4 = b$ $-5 = -a$ $-4 = -b$ $1 = a - b$ $-1 = -a + b = -(a - b)$ $9 = a + b$ $-9 = -a - b = -(a + b)$ </p> <table border="1" data-bbox="1051 1193 1259 1397"> <tbody> <tr> <td>$+a$</td> <td>$-a$ $-b$</td> <td>$+b$</td> </tr> <tr> <td>$-a$ $+b$</td> <td style="background-color: #cccccc;">0</td> <td>$+a$ $-b$</td> </tr> <tr> <td>$-b$</td> <td>$+a$ $+b$</td> <td>$-a$</td> </tr> </tbody> </table>	$+a$	$-a$ $-b$	$+b$	$-a$ $+b$	0	$+a$ $-b$	$-b$	$+a$ $+b$	$-a$									
$+a$	$-a$ $-b$	$+b$																	
$-a$ $+b$	0	$+a$ $-b$																	
$-b$	$+a$ $+b$	$-a$																	
<p>Lösung</p> <p>Aufgabe 4a) und 4b)</p>	<p>Selbst-Kontrolle</p> <p>Variante 1</p> <p>Addiere in jedem Feld dieselbe Zahl (ungleich Null). Dadurch wird in jeder Zeile, Spalte und Diagonalen die Zahl dreimal addiert, d. h., die magische Zahl ändert sich um das Dreifache der Zahl.</p> <table border="1" data-bbox="617 1890 825 2094"> <tbody> <tr> <td>$+c$</td> <td>$+c$</td> <td>$+c$</td> </tr> <tr> <td>$+c$</td> <td>$+c$</td> <td>$+c$</td> </tr> <tr> <td>$+c$</td> <td>$+c$</td> <td>$+c$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Variante 2</p> <p>Bei der zweiten Variante ergänzen sich die hinzugefügten Zahlen in jeder Zeile, Spalte und Diagonalen zu Null. Die magische Zahl ändert sich nicht.</p> <table border="1" data-bbox="1035 1872 1243 2076"> <tbody> <tr> <td>$+c$</td> <td>$-2c$</td> <td>$+c$</td> </tr> <tr style="background-color: #cccccc;"> <td>$+0$</td> <td>$+0$</td> <td>$+0$</td> </tr> <tr> <td>$-c$</td> <td>$+2c$</td> <td>$-c$</td> </tr> </tbody> </table>	$+c$	$+c$	$+c$	$+c$	$+c$	$+c$	$+c$	$+c$	$+c$	$+c$	$-2c$	$+c$	$+0$	$+0$	$+0$	$-c$	$+2c$	$-c$
$+c$	$+c$	$+c$																	
$+c$	$+c$	$+c$																	
$+c$	$+c$	$+c$																	
$+c$	$-2c$	$+c$																	
$+0$	$+0$	$+0$																	
$-c$	$+2c$	$-c$																	